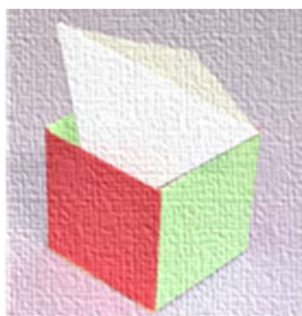




Geometria tra le pieghe

2° Incontro 13 maggio 2025

Sala del Mutuo Soccorso, via Zambonate, 33

Antonio Criscuolo Mathesis Bergamo APS

Sommario dei tre laboratori

6 maggio 2025 *Piegando la carta si fa geometria?*

- Tre pieghe quasi a caso....
- Pieghiamo una scatola
- Foglio di carta VS Piano geometrico e Pieghe VS Rette
- La Geometria dei fogli A4

13 maggio 2025 ***Regole del gioco e costruzioni***

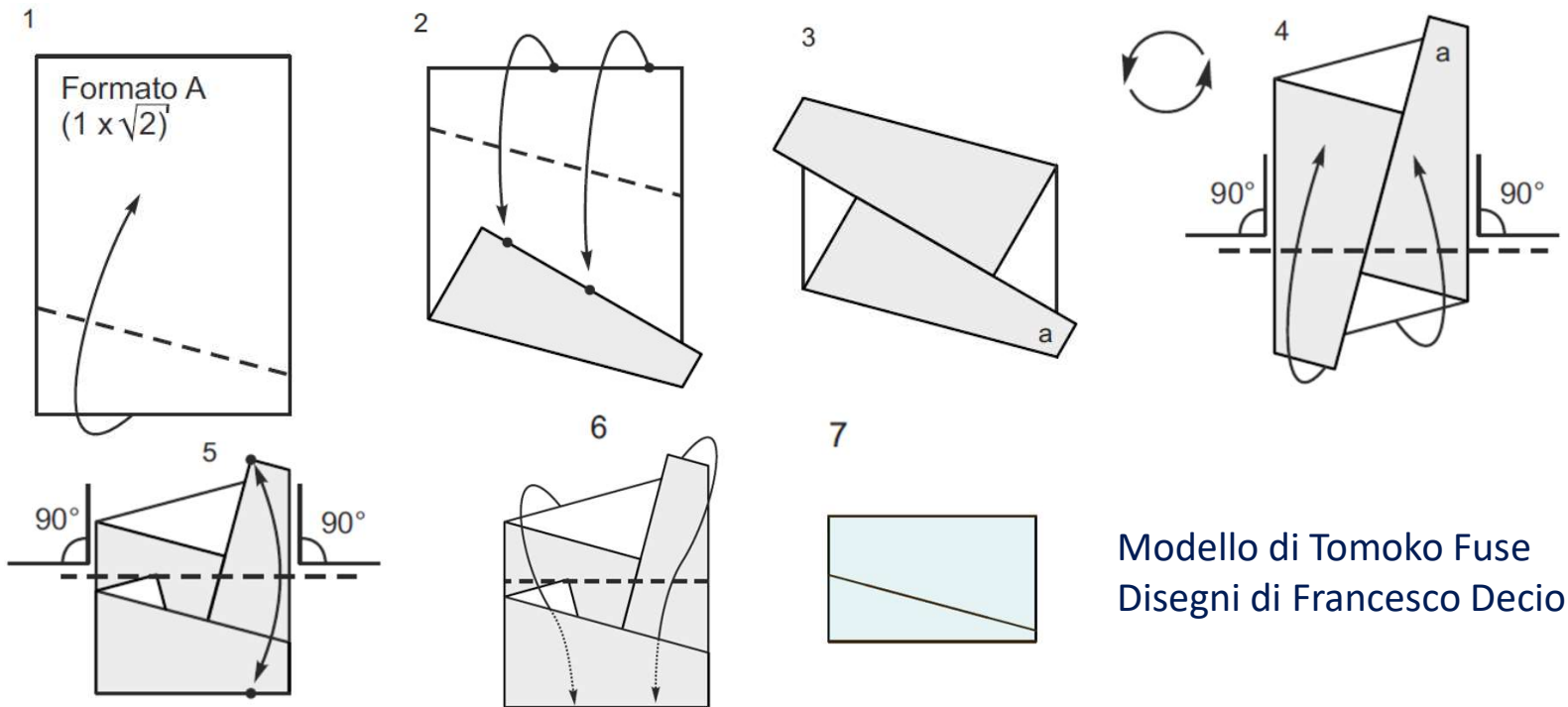
- Piegando la carta si fa geometria? Una busta geometrica
- Assiomi della Geometria euclidea VS Assiomi della Geometria della piegatura della carta.
- Il triangolo, il quadrato e la costruzione di poligoni con la piegatura della carta.

20 maggio 2025 *Dal piano allo spazio con la piegatura della carta.*

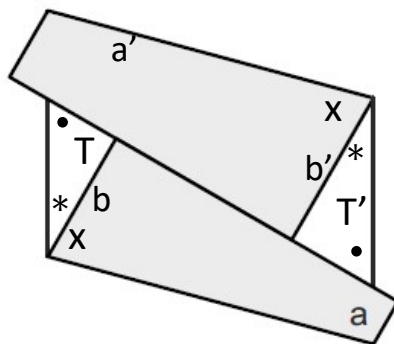
- I cinque solidi platonici
- Costruzione di solidi platonici: tetraedro, ottaedro e cubo.

Piegando la carta si fa geometria? Una busta geometrica

Piegando la carta si fa geometria? Una busta geometrica



Modello di Tomoko Fuse
Disegni di Francesco Decio



$b \parallel b'$ Parallele perché rette perpendicolari alla stessa retta

- X * Coppie di angoli congruenti

T T' Triangoli simili

$a \parallel a'$ Parallele perché formano con rette parallele angoli congruenti

Le regole del gioco

Assiomi della Geometria euclidea

VS

Assiomi della Geometria origami

Il metodo deduttivo in Geometria

- Il **metodo deduttivo** in geometria è una modalità di ragionamento che procede **dal generale al particolare**, tipica del procedere matematico: da affermazioni generali (assiomi) e, attraverso una serie di deduzioni logiche, si giunge a conclusioni specifiche.
- Ad esempio, dall'affermazione "**se un triangolo ha due lati di uguale lunghezza, allora ha due angoli di uguale ampiezza**", si può dedurre che un triangolo specifico con due lati di uguale lunghezza avrà **necessariamente** due angoli di uguale ampiezza.
- Questo metodo è fondamentale in geometria perché permette di costruire **teoremi e dimostrazioni a partire da principi accettati come veri**.

È stato applicato sistematicamente per la prima volta negli "Elementi" di Euclide e si contrappone al **metodo induttivo**, che invece procede **dal particolare al generale**.

Enunciato da Francis Bacon nel XVII secolo (*Novum Organum*, 1620) che contrappose il metodo induttivo fondato sull'esperienza al metodo sillogistico-deduttivo della scienza aristotelica.

La Geometria razionale e il metodo deduttivo

Geometria euclidea

Definizione. Una descrizione di un termine o concetto, che stabilisce chiaramente il suo significato utilizzando altri termini o concetti precedentemente definiti.

In un sistema deduttivo, ciò comporta la scelta di enti primitivi

Enti primitivi: punto, retta, piano

Proposizione: affermazione che può essere vera o falsa

Assioma: Un'affermazione accettata come vera senza bisogno di dimostrazione, usata come base per dedurre altre proposizioni e teoremi.

Dimostrazione: sequenza di ragionamenti logici che provano la verità di una proposizione o teorema

Teorema: Una proposizione che è stata dimostrata vera attraverso una dimostrazione
"Se **ipotesi** allora **tesi**" "Dall'Ipotesi si deduce la Tesi"

I cinque assiomi della geometria euclidea

1. Assioma della retta: Per due punti distinti passa una e una sola retta.
2. Assioma della retta infinita: Una retta può essere prolungata indefinitamente in entrambe le direzioni.
3. Assioma del cerchio: Dato un punto e una distanza, è possibile tracciare un cerchio con quel punto come centro e quella distanza come raggio.
4. Assioma degli angoli retti: Tutti gli angoli retti sono uguali tra loro.
5. Assioma delle parallele: Se una retta interseca due altre rette formando angoli interni su uno stesso lato minori di due angoli retti, allora le due rette, se prolungate indefinitamente, si incontreranno dalla parte di quegli angoli.

I primi cinque assiomi della geometria della piegatura della carta

Geometria della piegatura della carta: geometria di carattere costruttivo basata su due elementi geometrici, la piega costruibile e il punto costruibile a partire da un certo insieme di punti di base preesistenti.

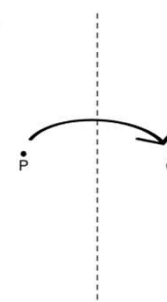
Assioma 1

Dati due punti P e Q costruibili, $P \neq Q$, la piega che passa per entrambi è costruibile.



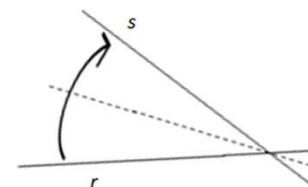
Assioma 2

Dati due punti P e Q costruibili, $P \neq Q$, la piega che riflette P su Q è costruibile.



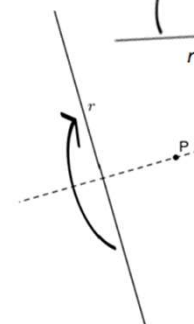
Assioma 3

Date due rette r e s costruibili, $r \neq s$, una piega che riflette r su s è costruibile



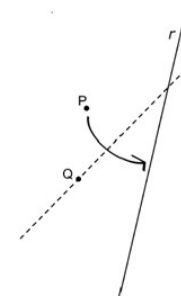
Assioma 4

Dati un punto costruibile P e una retta costruibile r, la piega passante per P e perpendicolare alla retta r, è costruibile.



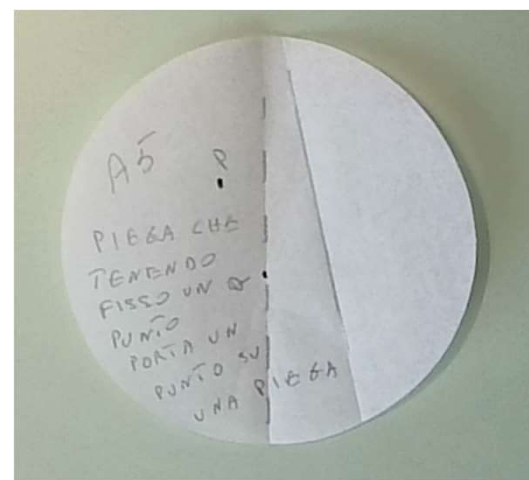
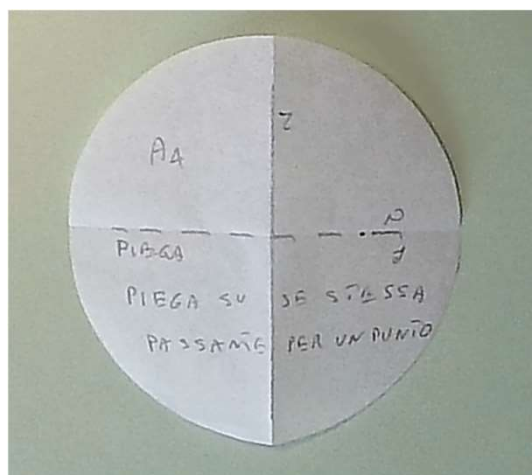
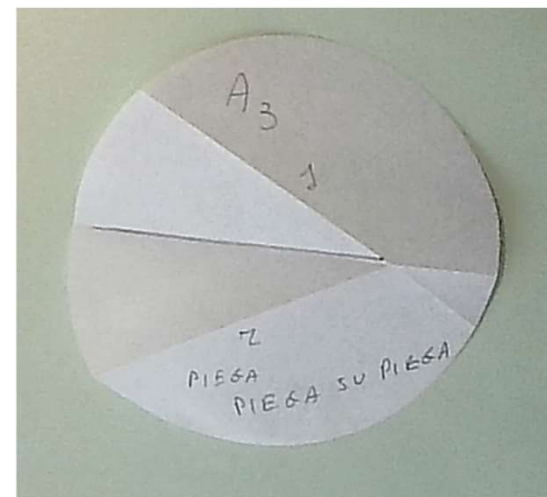
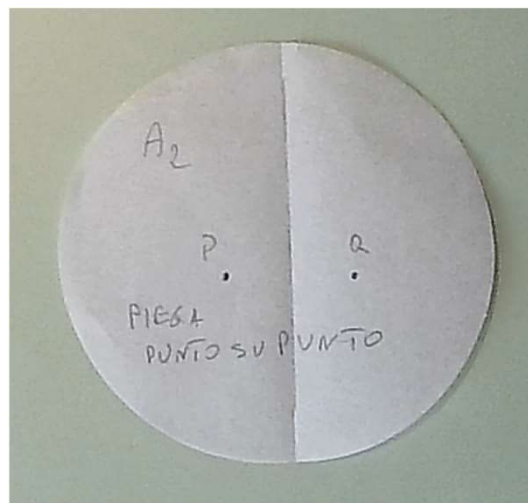
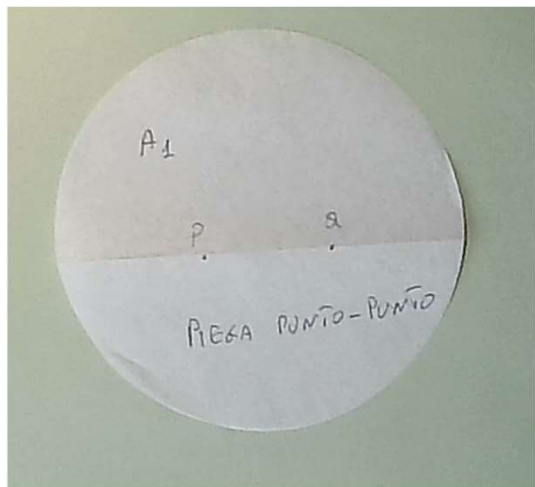
Assioma 5

Data una retta costruibile r e due punti costruibili P e Q, se esiste una piega passante per Q e che riflette P su r, allora essa è costruibile.



La geometria costruita con i primi cinque assiomi della GPC è equivalente alla geometria euclidea "riga e compasso"

Piegatura dei primi cinque assiomi



Laboratorio di geometria con la piegatura della carta: denominazione di alcune pieghe

1. Piegata casuale		1. Retta
2. Piegata per un punto		2. Retta per un punto
3. Piegata da bordo a bordo		3. Bisettrice dell'angolo tra i bordi o asse mediano dei bordi
4. Piegata per due punti		4. Retta per due punti A1
5. Piegata punto su punto		5. Asse di simmetria (asse segmento) A2
6. Piegata su se stessa		6. Retta perpendicolare
7. Piegata su se stessa per un punto		7. Retta perpendicolare ad una retta per un punto A4
8. Piegata su piega		8. Asse di simmetria di due rette (bisettrice angolo) A3
9. Piegata da punto a piega tenendo fisso un punto		9. Costruzione del triangolo equilatero A5

Il triangolo

Sequenza Problema-Costruzione-Dimostrazione. Il triangolo equilatero

Riga e Compasso moderno

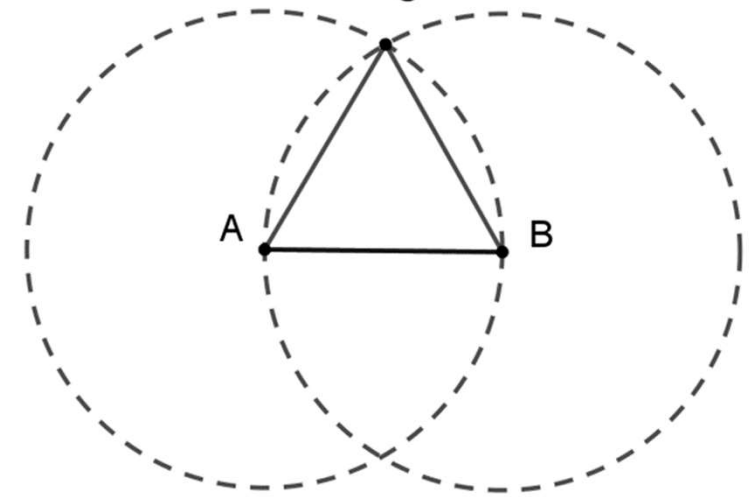
Un esempio. La prima proposizione degli elementi di Euclide

Problema. *Dati due punti A e B, costruire un punto C tale che il triangolo ABC sia equilatero.*

Costruzione. Se A e B sono due punti e se C è uno dei punti di intersezione delle circonferenze di centro A e raggio AB e di centro B e di raggio AB, allora ABC è equilatero. In particolare, la costruzione non solo afferma l'esistenza del punto C richiesto dal problema ma anche dice esplicitamente come trovare C.

Dimostrazione: poiché $AC=AB$ e $AB = BC$ poiché i raggi della stessa circonferenza sono congruenti, allora $AC = AB = BC$

Costruzione riga e compasso moderno (non collassabile)



Sequenza Problema-Costruzione-Dimostrazione.

Il triangolo equilatero con la piegatura della carta

Un esempio. La prima proposizione degli elementi di Euclide

Problema. *Dati due punti A e B, costruire un punto C tale che il triangolo ABC sia equilatero.*

Costruzione. A e B sono due punti. Si pieghi il foglio portando A su B e tracciando la piega-retta r. Tenendo fisso B si pieghi il foglio portando A sulla piega-retta r. Il punto di r cui A si è sovrapposto è il punto C. La costruzione non solo afferma l'esistenza del punto C richiesto dal problema ma anche dice esplicitamente come trovare C.

Dimostrazione:

$AB = BC$ per costruzione (Assioma 5),

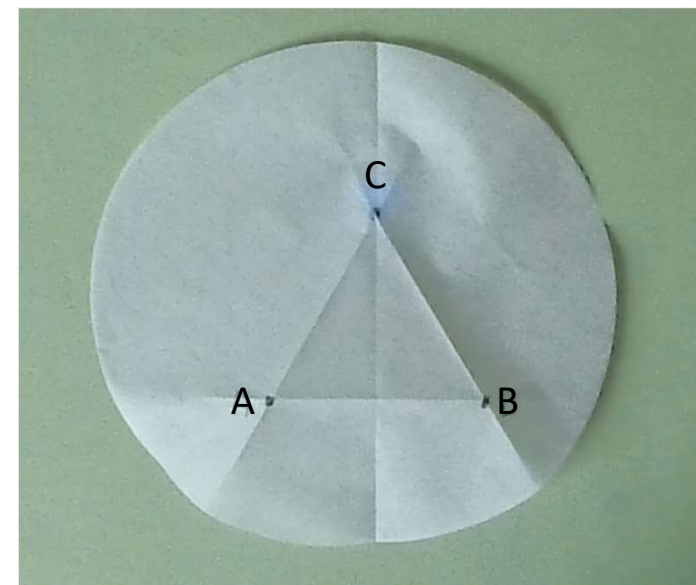
$BC = AC$ per costruzione (Assioma 2, C appartiene ad asse di AB)

quindi $AB = BC = AC$

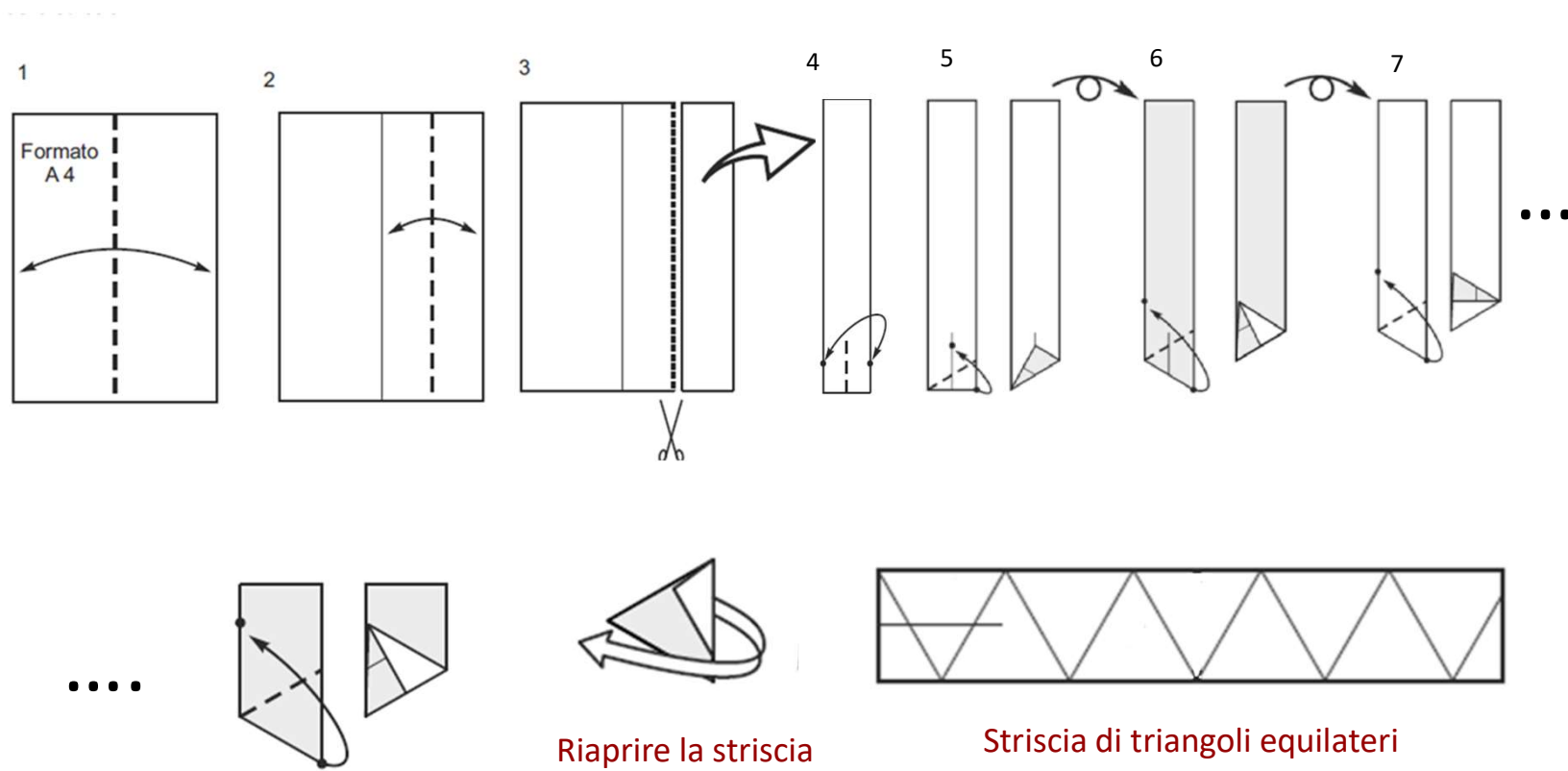
Costruzione con la piegatura della carta

PC

PiegaturaCarta



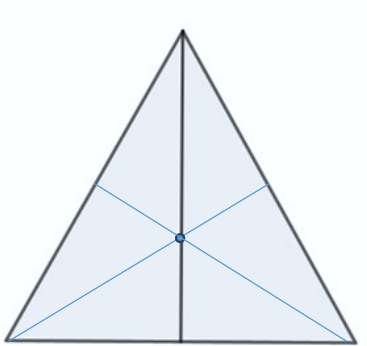
La striscia di triangoli equilateri



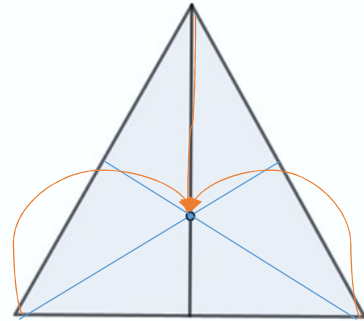
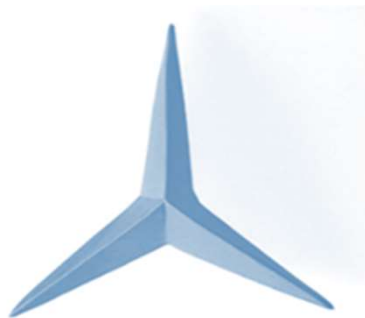
Modelli basati sul triangolo equilatero

Modelli origami basati sul triangolo equilatero

Triangolo equilatero → Stella triangolare → Esagono regolare → scatola triangolare



Baricentro equilibrio



Tavolo esagonale
Trottola

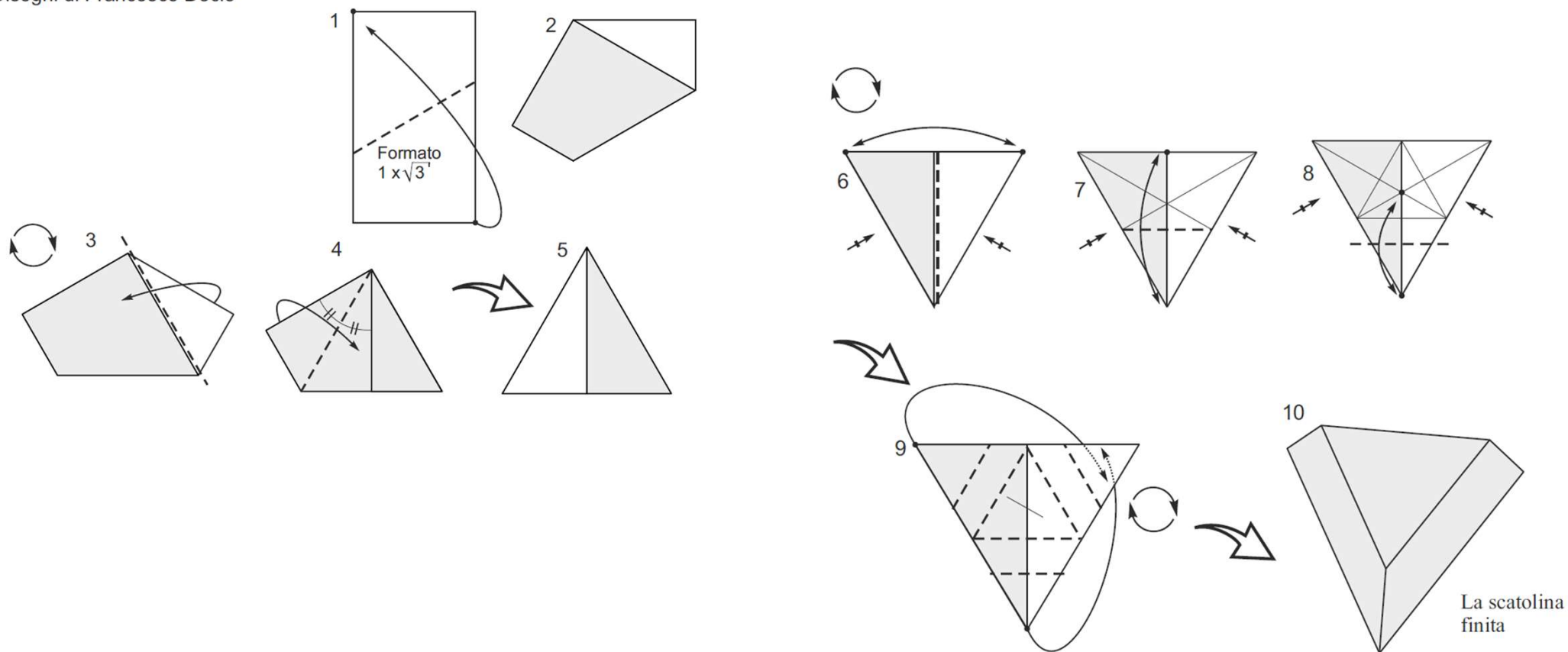


Scatola triangolare
Tronco di tetraedro regolare
Modello di Didier Boursin

La scatola triangolare di Didier Boursin

La scatola triangolare di Didier Boursin

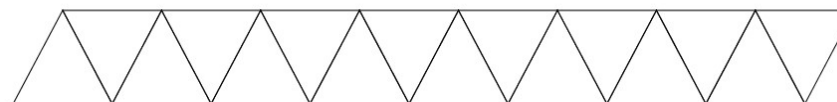
Disegni di Francesco Decio



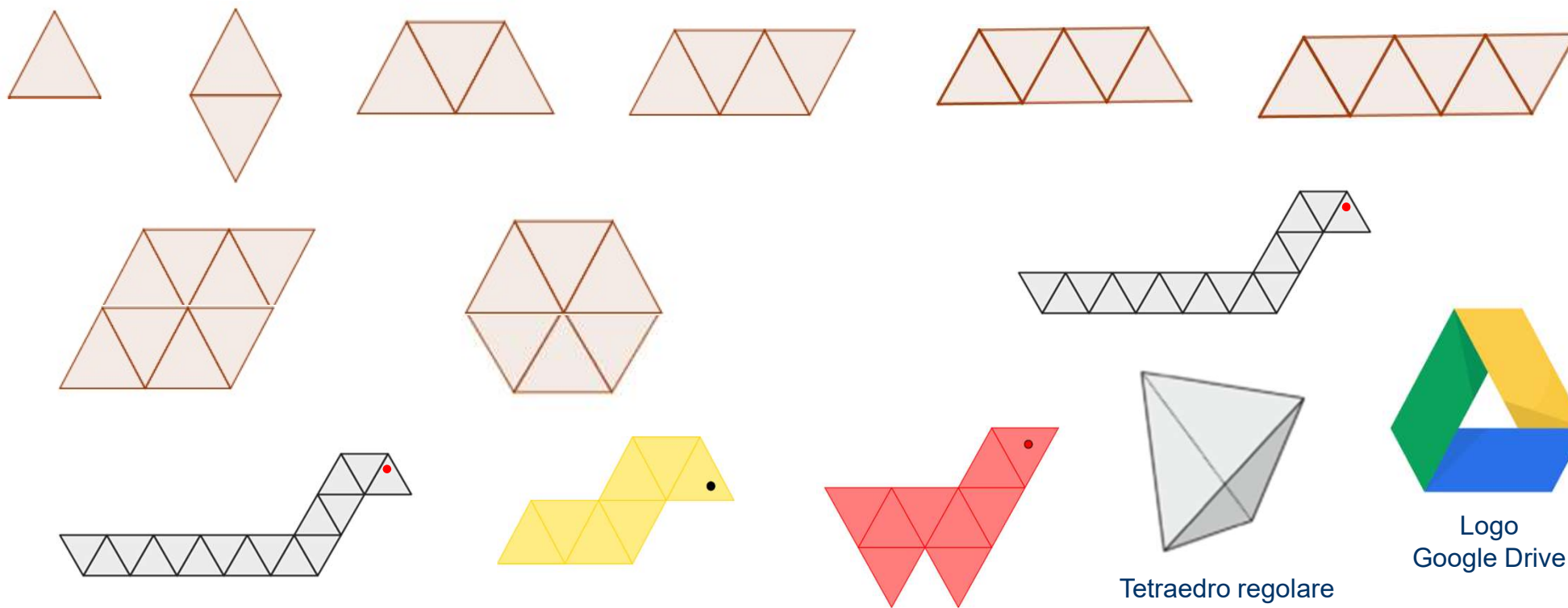
La striscia di triangoli equilateri

Da una striscia di triangoli equilateri ...

Costruzione di figure del piano e dello spazio basate sul triangolo equilatero.



Piegando il foglio ...



Tetraedro regolare

Logo
Google Drive

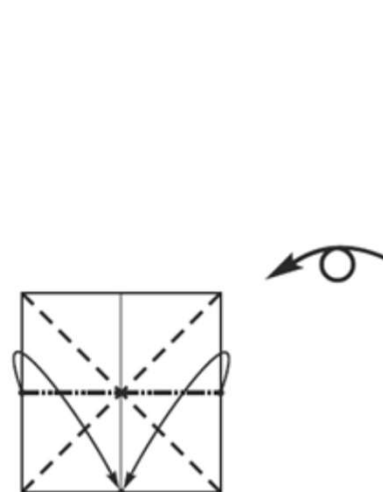
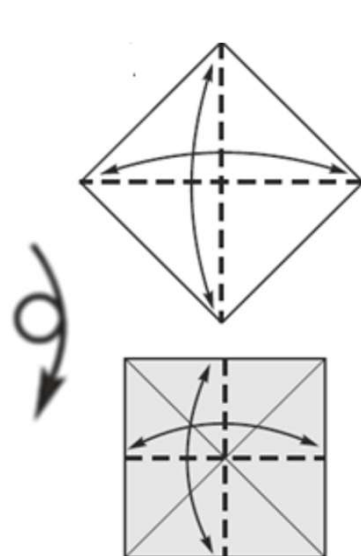
Il quadrato

Basi origami: triangolare e quadrata

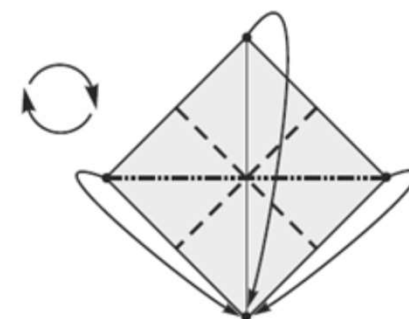
1. Pieghe diagonali a *valle*

2. Capovolgimento del foglio

3. Pieghe mediane a *valle*



Base triangolare



Base quadrata

Capovolgendo una *base triangolare* si ottiene una *base quadrata* e viceversa.

Con il capovolgimento ogni piega a *valle* si trasforma in piega a *monte* e viceversa.

